

## Böjknäckning av VKR-300x200x8 interaktionssamband "första" och "andra" ordningens teori, hanberäkning, Euler 2 och q-last OBS: kalkylarket är framtaget med Mathcad 15.0 INTE Prime!

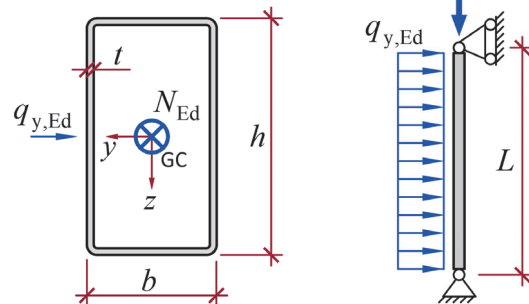
### ▣ Användardefinierade enheter

En vid foten och toppen ledat ansluten pelare påverkas av en normalkraft vars verkningslinje sammanfaller med pelarens centrumlinje. Pelaren är tillverkad av ett VKR-rör av stål S 355 J2H. Profil VKR 300 × 200 × 8.0.

Pelaren är utmed hela sin längd helt ostagad mot utböjning i transversalriktningarna. Vid foten och toppen är dock pelaren ledat ansluten till omkringliggande byggnadsdelar.

Måtten i figuren är:

- ▣ Rörväggs tjocklek  $t := 8.0\text{mm}$
- ▣ Rörets tvärsnittsbredd  $b := 200\text{mm}$
- ▣ Rörets tvärsnittshöjd  $h := 300\text{mm}$



Målsättningen är att upprätta interaktionsdiagram för just denna pelare avseende plan böjknäckning där utfallet av två olika handberäkningsmodeller kan jämföras. De två modellerna är:

- (1) "Första ordningens" beräkning enligt interaktionssambandet (8.89) i SS-EN 1993-1-1:2022. Detta samband kan efter förenkling skrivas som

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{c,Rd}} + k_{zz} \frac{M_{1,z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1.00 \quad (8.89)$$

- (2) "Andra ordningens" beräkning med snittkontroll enligt (8.3) i SS-EN 1993-1-1:2022. Både (8.3) och (8.58) är kontroll med Naviers formel om TK 3 gäller.

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} + \frac{M_{2,z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1.00 \quad (8.3)$$

Förklaring av ingående parametrar ges efter genomförd klassning nedan. Men den viktigaste skillnaden är att i (8.89) är  $M_{1,z,Ed}$  "första ordningens" moment orsakat av enbart transversallasten  $q$ , medan  $M_{2,z,Ed}$  i (8.3) är "andra ordningens" moment från både transversallast, normalkraft och imperfektioner.

## Lösning

I detta fall har vi S 355 J2H med sträckgränsen

$$f_y := 355 \text{ MPa} \quad \text{och E-modulen} \quad E := 210 \text{ GPa}$$

### Tvärsnittsklassning enligt Tabell 7.3 i SS-EN 1993-1-1:2022

Parametern  $\varepsilon$  är definierad som

$$\varepsilon := \sqrt{\frac{235 \text{ MPa}}{f_y}} = 0.814$$

Rörtvärsnittets fysiska slankhet för böjning kring z-axeln

$$\frac{h - 3t}{t} = 34.5 \quad \text{jämför med slankhetsgränserna}$$

}	G1-2	28 $\varepsilon = 22.8$	TK1
	G2-3	34 $\varepsilon = 27.7$	TK2
	G3-4	38 $\varepsilon = 30.9$	TK3
			TK4

Enligt SS-EN 1993-1-1:205 låg röret precis på gränsen mellan **TK 3 och TK 4**, men nu enligt SS-EN 1993-1-1:2022 hamnar röret en bit in i TK 4. Men vi kan gott räkna som att profilen tillhör TK 3 trots att den är i TK 4. Vi kan därför basera bärförmågan på tvärsnittets rena elastiska styrka, som styrs av Naviers formel enligt (8.3) eller (8.58). I detta fall är inverkan av TK 4 obetydligt.

### Pelarens tvärsnittsdata

Tvärsnittets bruttoarea

$$A := 7680 \text{ mm}^2$$

Bruttotvärsnittets tröghetsmoment för böjning kring z-axeln

$$I_z := 5184 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

Tvärsnittets elastiska böjmotstånd

$$W_{z,el} := 518 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

Partialkoefficienten

$$\gamma_{MI} := 1.0$$

Tvärsnittets plastiska normalkraftsbärförmåga då det enbart påverkas av centrisk normalkraft

$$N_{c,Rd} := \frac{A f_y}{\gamma_{MI}} = 2726 \text{ kN}$$

Tvärsnittets elastiska momentbärförmåga då det enbart påverkas av böjmoment verkande kring z-axeln

$$M_{z,Rd} := \frac{W_{z,el} f_y}{\gamma_{MI}} = 184 \text{ kNm}$$

### Skapa indata för plottning av interaktionsdiagram som jämför de två metoderna för några olika slankheter hos pelaren

Tre relativa slankheter kommer att studeras: låg slankhet  $\lambda = 0.2$  så att knäckningsrisk inte föreligger, normalslank pelare med  $\lambda = 1.0$  och mycket slank pelare med  $\lambda = 2.0$ . Dessa slankheter lagras i vektorn  $\lambda$

Undersökta slankheter

$$\lambda := (0.2 \quad 1.0 \quad 2.0)^T$$

Svarande mot pelarlängderna

$$L := \pi \sqrt{\frac{E I_z}{A f_y}} \lambda \quad L^T = (1.26 \quad 6.28 \quad 12.56) \text{ m}$$

Antal kvoter på  $\frac{q}{q_{Rd}}$  eller  $\frac{M}{M_{Rd}}$  för vilka normalkraftsbärförmågan ska beräknas

Just nu blir det 20 + 1 kvoter  $i_s := 20$

Räkneindex  $i := 0 .. i_s$

Lagra kvoterna i en vektor  $\mathbf{m}$   $\mathbf{m}_i := \frac{i}{i_s} \cdot 1.0$  alltså  $(0, 0.05, 0.10, \dots, 0.95, 1.0)^T$ .

Knäckningskurva  $\mathbf{a}$ ,  
imperfectionsfaktorn är  $\alpha := 0.21$

Funktion för beräkning av  
reduktionsfaktorn för  
knäckning, gäller endast för  
den nu undersökta profilen

$$\chi(\lambda) := \begin{cases} \text{return } 1.0 & \text{if } \lambda \leq 0.2 \\ \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda^2}} & \phi \leftarrow 0.5 \left[ 1 + \alpha (\lambda - 0.2) + \lambda^2 \right] \end{cases} \quad (1)$$

Funktion för beräkning av  
interaktionsfaktorn  $k_{zz}$ , gäller  
endast för den nu undersökta  
profilen, dess randvillkor och  
transversallast och baseras på  
Tabellerna 8.8 och 8.9. I detta fall  
är  $\alpha_h = 0$  och  $\psi = 0$  i Tabell 8.9

$$k_{zz}(\lambda, N) := \begin{cases} \eta_z \leftarrow \frac{N}{\chi(\lambda) N_{c.Rd}} \\ C_{m,z} \leftarrow 0.95 \\ \text{return } C_{m,z} (1 + 0.6 \lambda \eta_z) & \text{if } \lambda < 1.0 \\ \text{return } C_{m,z} (1 + 0.6 \eta_z) & \text{if } \lambda \geq 1.0 \end{cases} \quad (2)$$

Ställ upp (8.89) som en lösningsbar ekvation då utnyttjandegraden är exakt 1,0. Uttrycket skrivs som en anropningsbar funktion så att värdet på normalkraften  $N$  kan lösas ut för vilken som helst momentkvot. Ekvationen är olinjär så Mathcad's olinjära ekvationslösare måste användas.

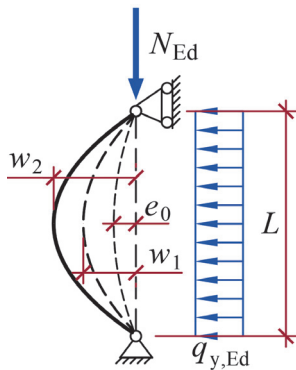
Funktion som löser ut  
brottlasten  $N$  för en "första  
ordningens" beräkning

$$\left. \begin{array}{l} \text{Given} \\ \frac{N}{\chi(\lambda) N_{c.Rd}} + k_{zz}(\lambda, N) M_{kvot} = 1.00 \\ \text{NI}(\lambda, M_{kvot}, N) := \text{Find}(N) \end{array} \right\} \quad (3)$$

Vid anrop av funktionen (3) måste lämpligt gissningsvärde på normalkraftsbärförmågan  $N$  skickas med i anropet.

Nu över till att skapa en liknande funktion för "andra ordningens" beräkning där andra ordningens moment ska matas in i brottkriteriet (8.89).

Funktion för beräkning av andra ordningens moment. OBS fungerar bara för profilen ovan och just detta lastfall, knäckningskurva **a** och elastisk analys, alltså TK 3 (eller TK 4)



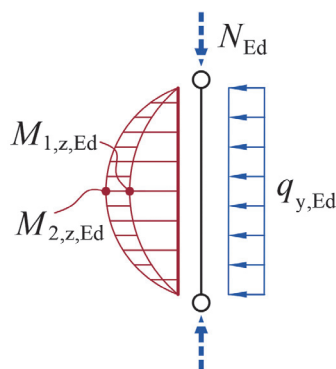
$$M2(L, M_{kvot}, N) := \left\{ \begin{array}{l} q \leftarrow \frac{8}{L^2} M_{kvot} M_{z,Rd} \\ N_{cr} \leftarrow \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 E I_z \\ e_0 \leftarrow \frac{\alpha}{\varepsilon} \frac{1}{200} L \\ w_1 \leftarrow \frac{5 q L^4}{384 E I_z} + e_0 \\ w_2 \leftarrow w_1 \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \\ \frac{q L^2}{8} + N w_2 \end{array} \right. \quad (4)$$

OBS:  $e_0$  beräknas enligt avsnitt 7.3.3.1 och medför väsentlig förbättring jämfört med gamla SS-EN 1993-1-1:2005.

Funktion som löser ut brottlasten  $N$  för en "andra ordningens" beräkning

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Given} \\ \frac{N}{N_{c,Rd}} + \frac{M2(L, M_{kvot}, N)}{M_{z,Rd}} = 1.00 \\ N2(L, M_{kvot}, N) := \text{Find}(N) \end{array} \right. \quad (5)$$

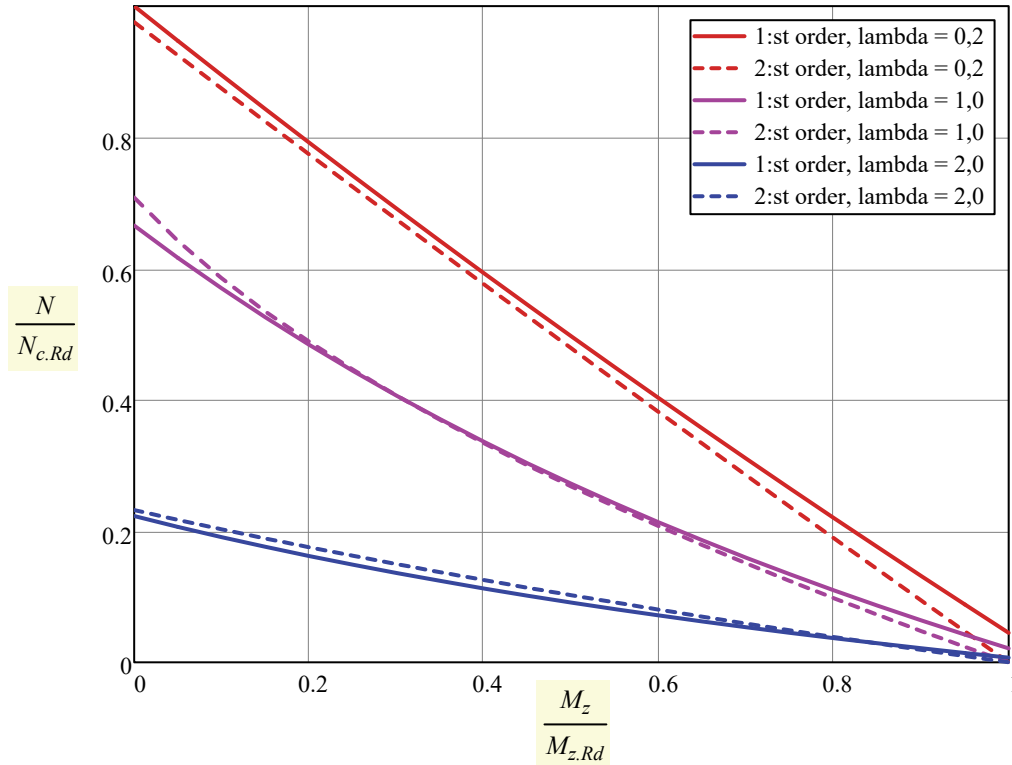
Anropa funktionerna  $N1$  och  $N2$  och lagra beräknade värden i en nästlad vektor innehållande kvoterna  $N \div N_{c,Rd}$ . Varje element i vektorn  $\mathbf{n}$  innehåller alla resultat för ett enda värde på den relativa slankheten  $\lambda$ . Detta vektorelement är i sin tur en matris där första kolumnen innehåller alla resultat för "första ordningens" beräkning och andra kolumnen "andra ordningens" resultat".



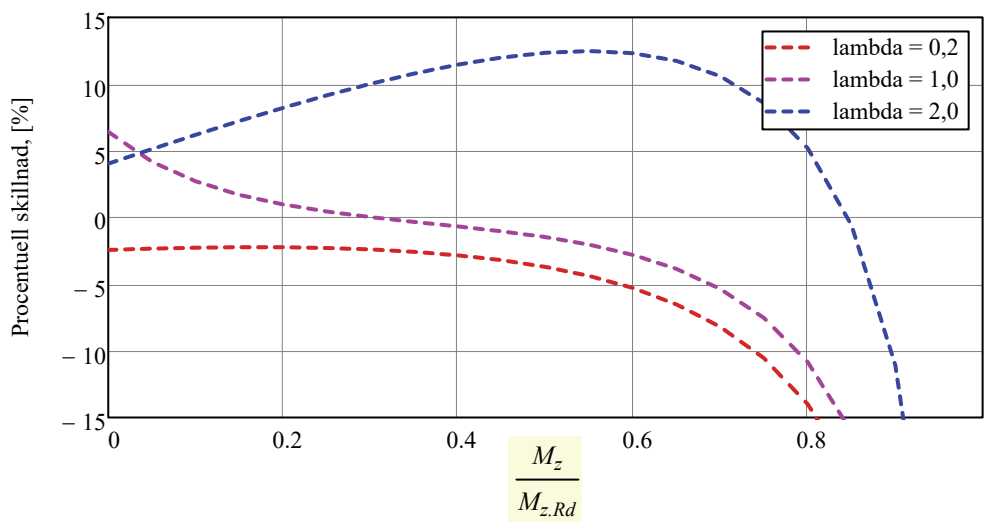
$$\mathbf{n} := \left\{ \begin{array}{l} \text{for } j \in 0 \dots \text{last}(\boldsymbol{\lambda}) \\ \lambda \leftarrow \boldsymbol{\lambda}_j \\ L \leftarrow \mathbf{L}_j \\ N_{guess} \leftarrow N_{c,Rd} (1 - 0.4 \lambda) \\ \text{for } i \in 0 \dots \text{last}(\mathbf{m}) \\ M_{kvot} \leftarrow \mathbf{m}_i \\ \text{help} \leftarrow N1(\lambda, M_{kvot}, N_{guess}) \\ \mathbf{R}_{i,0} \leftarrow \text{help} \div N_{c,Rd} \\ \mathbf{R}_{i,1} \leftarrow N2(L, M_{kvot}, N_{guess}) \div N_{c,Rd} \\ N_{guess} \leftarrow \text{help} \\ \mathbf{r}_j \leftarrow \mathbf{R} \end{array} \right. \quad (6)$$

**Dags att plotta kurvor**

Normalkraften  $N$  tillsammans med momentet  $M_z$  ger utnyttjandegraden 1.0 i brottkriterierna (8.89) och (8.3) i enlighet med "första" respektive "andra" ordningens teori.



Procentuell skillnad för "andra ordningens" beräkning i relation till "första ordningens" kalkyl.



För just detta fall verkar skillnaden vara som störst för pelare med stor slankhet (slankare än normala pelare). Skillnaderna är små inom intervallet knubbiga till normalt slanka pelare. Det kan noteras att skillnaden brakar iväg rejält då momentkvoten överskrider 80 %, men detta torde sakna praktisk betydelse. Det viktiga är att överensstämmelsen är god inom momentintervallet 0 till 80 % och då speciellt för normala pelarslankheter som brukar ligga kring  $\lambda = 1$ , Diagrammens lila kurvor. Detta är en klar förbättring jämfört med gamla SS-EN 1993-1-1:2005.



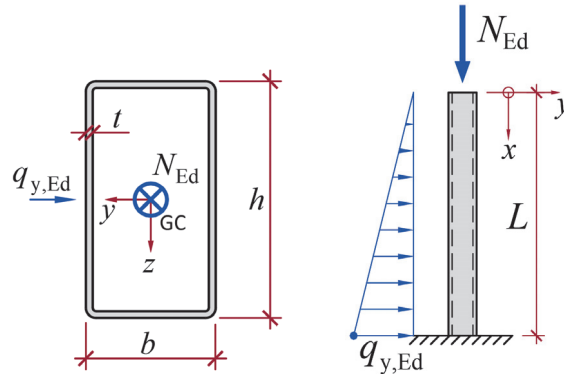
## Böjknäckningskontroll av VKR 300x200x12,5 enligt "första" och "andra" ordningens teori, hanberäkning, Euler 1:a med triangulärt fördelad transversallast

### ▣ Användardefinierade enheter

En pelare är vid foten fast inspänd medans reseten av pelaren är fri. Pelaren påverkas av en normalkraft vars verkningslinje sammanfaller med pelarens centrumlinje. Dessutom påverkas pelaren av en triangulärt fördelad linjelast vars verkningslinje sammanfaller med y-axeln. Pelaren är tillverkad av ett VKR-rör av stål S 355 J2H. Profil VKR 300 × 200 × 12.5 tillhörande tvärsnittsklass 1 (TK 1).

Måtten i figuren är:

- ▣ Rörväggens tjocklek  $t := 12.5\text{mm}$
- ▣ Rörets tvärsnittsbredd  $b := 200\text{mm}$
- ▣ Rörets tvärsnittshöjd  $h := 300\text{mm}$



Målsättningen är att upprätta interaktionsdiagram för just denna pelare avseende plan böjknäckning där utfallet av tre olika handberäkningsmodeller ska jämföras. De tre modellerna är:

- (1) "Första ordningens" beräkning enligt interaktionssambandet (8.89) i SS-EN 1993-1-1:2022. Detta samband kan efter förenkling skrivas som

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{c,Rd}} + k_{zz} \frac{M_{1,z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1.00 \quad (8.89)$$

- (2) "Andra ordningens" beräkning med snittkontroll enligt (8.3) i SS-EN 1993-1-1:2022. Kontroll enligt (8.3) är i princip kontroll med Naviers formel, men med  $M_{z,Rd}$  som tvärsnittets plastiska momentbärförmåga om TK 1 gäller.

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} + \frac{M_{2,z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1.00 \quad (8.3)$$

- (3) "Andra ordningens" beräkning med snittkontroll enligt *exakt* variant av (8.52) i SS-EN 1993-1-1:2022. Kontroll enligt (8.52) är en approximativ snittkontroll för fyrkantrör i TK 1 och 2 svarande mot full plasticering av tvärsnittet, orsakad av samtidig inverkan från normalkraft och böjande moment. I denna lösning används används principen men ingen approximation görs.

$$M_{2,z,Ed} \leq M_{N,z,Rd} \quad (8.52 \text{ exact})$$

Förklaring av ingående parametrar ges efter genomförd klassning nedan. Men den viktigaste skillnaden är att i (8.89) är  $M_{1,z,Ed}$  "första ordningens" moment orsakat av enbart transversallasten  $q = q_{y,Ed}$ , medan  $M_{2,z,Ed}$  i (8.3) och (8.52) är "andra ordningens" moment från både transversallast, normalkraft, snedställning och imperfektioner.

## Lösning

I detta fall har vi S 355 J2H med sträckgränsen

$$f_y := 355 \text{ MPa} \quad \text{och E-modulen} \quad E := 210 \text{ GPa}$$

### Tvärsnittsklassning enligt Tabell 7.3 i SS-EN 1993-1-1:2022

Parametern  $\varepsilon$  är definierad som

$$\varepsilon := \sqrt{\frac{235 \text{ MPa}}{f_y}} = 0.814$$

Rörtvärsnittets fysiska slankhet för böjning kring z-axeln

$$\frac{h - 3t}{t} = 21.0 \quad \text{jämför med slankhetsgränserna}$$

}	G 1-2	28 $\varepsilon = 22.8$	TK 1
	G 2-3	34 $\varepsilon = 27.7$	TK 2
	G 3-4	38 $\varepsilon = 30.9$	TK 3

TK 4

Röret tillhör **TK 1**. Vi kan därför basera bärförmågan på tvärsnittets plastiska styrka, som på säkra sidan styrs av (8.3) eller mer precist av (8.52 $_{\text{exakt}}$ ).

### Pelarens tvärsnittsdata

Tvärsnittets bruttoarea

$$A := 11700 \text{ mm}^2$$

Bruttotvärsnittets tröghetsmoment för böjning kring z-axeln

$$I_z := 7537 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

Tvärsnittets elastiska böjmotstånd

$$W_{z,el} := 754 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

Tvärsnittets plastiska böjmotstånd

$$W_{z,pl} := 877 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

Partialkoefficienten

$$\gamma_{M1} := 1.0$$

Tvärsnittets plastiska normalkraftsbärförmåga då det enbart påverkas av centrisk normalkraft

$$N_{c,Rd} := \frac{A f_y}{\gamma_{M1}} = 4154 \text{ kN}$$

Tvärsnittets plastiska momentbärförmåga då det enbart påverkas av böjmoment verkande kring z-axeln

$$M_{z,Rd} := \frac{W_{z,pl} f_y}{\gamma_{M1}} = 311 \text{ kNm}$$

### Skapa indata för plottning av interaktionsdiagram som jämför de tre metoderna för några olika slankheter hos pelaren

Tre relativa slankheter kommer att studeras: låg slankhet  $\lambda = 0.2$  så att knäckningsrisk inte föreligger, normalslank pelare med  $\lambda = 1.0$  och mycket slank pelare med  $\lambda = 2.0$ . Dessa slankheter lagras i vektorn  $\lambda$

Undersökta slankheter

$$\lambda := (0.2 \quad 1.0 \quad 2.0)^T$$

Praktiskt användbar faktor för knäckningslängd

$$\beta := 2.1 \quad \text{En fast inspänning har alltid en viss elastisk eftergivighet, approximativt beaktat med 2,1 i stället för teoretiskt värde på 2,0.}$$

Slankheterna svarar mot de "verkliga" pelarlängderna

$$\mathbf{L} := \frac{\pi}{\beta} \sqrt{\frac{E I_z}{A f_y}} \boldsymbol{\lambda} \quad \mathbf{L}^T = (0.58 \quad 2.92 \quad 5.84) \text{ m}$$

Antal kvoter på  $\frac{q}{q_{Rd}}$  eller  $\frac{M}{M_{Rd}}$  för vilka normalkraftsbärförmågan ska beräknas

Just nu blir det 20 + 1 kvoter  $i_s := 20$

Räkneindex  $i := 0 .. i_s$

Lagra kvoterna i en vektor  $\mathbf{m}$   $\mathbf{m}_i := \frac{i}{i_s} \cdot 1.0$  alltså (0, 0.05, 0.10, ..., 0.95, 1.0)<sup>T</sup>.

Knäckningskurva  $\alpha$ , imperfektionsfaktorn är  $\alpha := 0.21$

Funktion för beräkning av reduktionsfaktorn för knäckning, gäller endast för den nu undersökta profilen

$$\chi(\lambda) := \begin{cases} \text{return } 1.0 & \text{if } \lambda \leq 0.2 \\ \Phi \leftarrow 0.5 \left[ 1 + \alpha (\lambda - 0.2) + \lambda^2 \right] \\ \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \lambda^2}} \end{cases} \quad (1)$$

Funktion för beräkning av interaktionsfaktorn  $k_{zz}$ , gäller endast för den nu undersökta profilen, dess randvillkor och baseras på Tabellerna 8.8 och 8.9. I detta fall är  $\alpha_s = 0.125$  och  $\psi = 0$  i Tabell 8.9. Härledning av  $\alpha_s$  enligt:

$$\alpha_s = \frac{M_s}{M_h} = \frac{\frac{q}{2} \left( \frac{L}{2} \right)^2}{\frac{q L^2}{6}} = \frac{1}{8}$$

$$k_{zz}(\lambda, N) := \begin{cases} \alpha_s \leftarrow 1 \div 8 \\ C_{m,z} \leftarrow \max(0.2 + 0.8 \alpha_s, 0.40) \\ \eta_z \leftarrow \frac{N}{\chi(\lambda) N_{c,Rd}} \\ \text{return } C_{m,z} \left[ 1 + (\lambda - 0.2) \eta_z \right] & \text{if } \lambda < 1.0 \\ \text{return } C_{m,z} (1 + 0.8 \eta_z) & \text{if } \lambda \geq 1.0 \end{cases} \quad (2)$$

Ställ upp (8.89) som en lösningsbar ekvation då utnyttjandegraden är exakt 1,0. Uttrycket skrivs som en anropningsbar funktion så att värdet på normalkraften  $N$  kan lösas ut för vilken som helst momentkvot. Ekvationen är olinjär så Mathcad's olinjära ekvationslösare måste användas.

Funktion som löser ut brottlasten  $N$  för en "första ordningens" beräkning

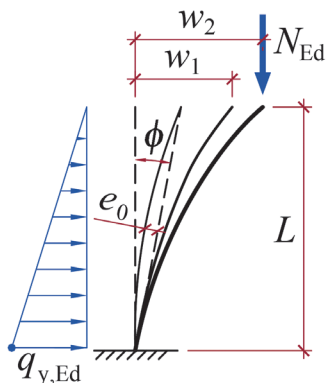
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Given} \\ \frac{N}{\chi(\lambda) N_{c,Rd}} + k_{zz}(\lambda, N) M_{kvot} = 1.00 \\ \mathbf{NI}(\lambda, M_{kvot}, N) := \text{Find}(N) \end{array} \right. \quad (3)$$

Vid anrop av funktionen (3) måste lämpligt gissningsvärde på normalkraftsbärförmågan  $N$  skickas med i anropet.

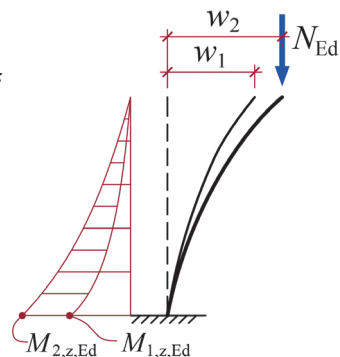
Nu över till att skapa en liknande funktion för "andra ordningens" beräkning där andra ordningens moment ska matas in i brottkriteriet (8.3).

Funktion för beräkning av andra ordningens moment. OBS fungerar också *bara* för profilen ovan och just detta lastfall, knäckningskurva **a** och elastisk analys trots att TK 1 gäller.

TK1 beaktas genom extra stor initialkrokighet  $e_0$ , se Tabell 7.1 och formel (7.9); samt extra stor initiallutning  $\phi$ , se Figuren 7.4 och 7.5 samt formel (7.7) i SS-EN 1993-1-1:2022. *Det nya sättet är en förbättring jämfört med SS-EN 1993-1-1:2005*



$$M2(L, M_{kvot}, N) := \begin{cases} q \leftarrow \frac{6}{L^2} M_{kvot} M_{z,Rd} & (4) \\ N_{cr} \leftarrow \left( \frac{\pi}{\beta L} \right)^2 E I_z \\ e_0 \leftarrow \frac{\alpha}{\varepsilon} \frac{1}{68} L \\ q_0 \leftarrow \frac{8 N e_0}{L^2} \\ \alpha_m \leftarrow 1 \\ \alpha_H \leftarrow \min \left( 2 \div \sqrt{\frac{L}{m}}, 1.0 \right) \\ \phi \leftarrow \frac{1}{200} \alpha_H \alpha_m \\ F \leftarrow \phi N + q_0 L \div 2 \\ w_1 \leftarrow \frac{L^3}{E I_z} \left( \frac{q L}{30} + \frac{F}{3} - \frac{q_0 L}{8} \right) \\ w_2 \leftarrow w_1 \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \\ \frac{q L^2}{6} + N w_2 \end{cases}$$



OBS: I funktionen har både initialkrokighet och snedställning lagts på som fiktiva horisontallaster, se Figuren 7.5 och 7.6 i SS-EN 1993-1-1:2022.

Funktion som löser ut brottlasten  $N$  för en "andra ordningens" beräkning, enligt brottkriteriet (8.3)

$$\left. \begin{cases} \text{Given} \\ \frac{N}{N_{c,Rd}} + \frac{M2(L, M_{kvot}, N)}{M_{z,Rd}} = 1.00 \\ N2(L, M_{kvot}, N) := \text{Find}(N) \end{cases} \right\} (5)$$

Kriteriet (5) är baserat på snittkontroll enligt (8.3) i SS-EN 1993-1-1:2022, vilket i sig är ett kriterium klart på säkra sidan för TK 1, då full plasticering av tvärsnittet kan ske innan kollaps. I princip bor hela osäkerheten i  $M2(L, M_{kvot}, N)$  som beräknar andra ordningens moment med en linjärt elastisk modell som bara approximativt (via överdriven initialkrokighet) beaktar tillkommande utböjning av plasticeringen samt egenspanningarnas inverkan på plasticeringsförloppet. Ytterligare en osäkerhet gömmer sig i pelarens initiallutning  $\phi$ . Icke desto mindre ska här testas ett brottkriterium som inbegriper fullständig plasticering av brottsnittet. Som kriterium för detta kan approximativt uttrycket (8.52) i SS-EN 1993-1-1:2022 användas. Här väljs dock den något krånligare vägen att "exakt" beräkna tvärsnittets plastiska bärförmåga vid samtidig inverkan av normalkraft och böjmoment.

För att så exakt som möjligt beakta VKR-profilens avrundade hörn i den plastiska beräkningsmodellen så approximeras tvärsnittet med 4 rektanglar vars bredder minskas med  $t'$  jämfört med profilens yttermått.  $t'$  bestäms så att det approximativa tvärsnittet får exakt samma area som tabellerad area för VKR  $300 \times 200 \times 12.5$

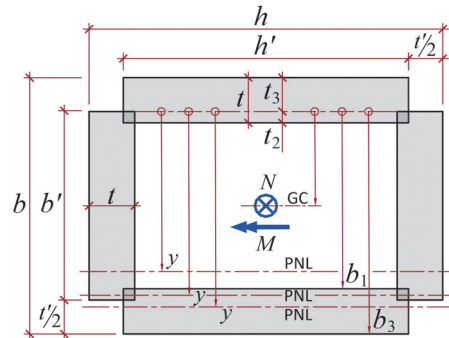
Total breddminskning  $t' := \frac{b + h - \frac{A}{2t}}{2} = 16.0 \text{ mm}$

Fiktiva plåtbredder  $\left\{ \begin{array}{l} b' := b - t' = 184 \text{ mm} \\ h' := h - t' = 284 \text{ mm} \end{array} \right.$

Kontroll ny tvärsnittsarea  $2 [(b - t') t + (h - t') t] = 11700 \text{ mm}^2$  jämför  $A = 11700 \text{ mm}^2$

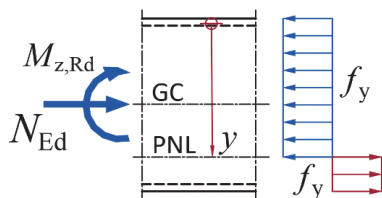
Kontroll nytt plastiskt böjmotstånd, nya värdet används inte  $2 h' t \frac{b - t}{2} + 2 \frac{t b^2}{4} = 877225 \text{ mm}^3$  jämför  $W_{z,pl} = 877000 \text{ mm}^3$

Några hjälpmått  $\left\{ \begin{array}{l} t_2 := t - \frac{t'}{2} = 4.5 \text{ mm} \\ t_3 := t - t_2 = 8.0 \text{ mm} \\ b_1 := b' - t_2 = 179.5 \text{ mm} \\ b_3 := b' + t_3 = 192 \text{ mm} \end{array} \right.$



Funktion som beräknar var plastiska neutrala lagret PNL hamnar för givet värde på normalkraften  $N$ . Kriteriet som utnyttjas är att kraftresultanten till hela den plastiska spänningsfördelningen över tvärsnittet är lika med normalkraften.

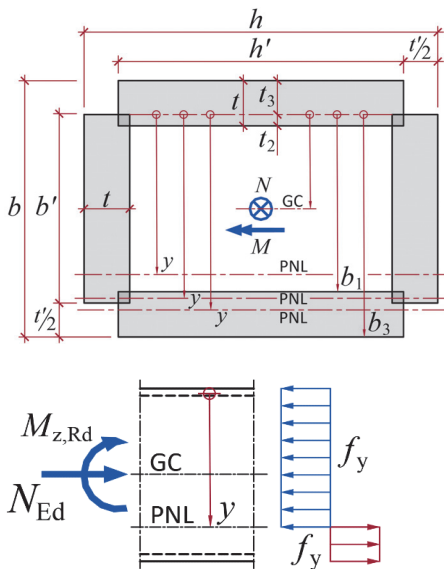
PNL = Plastiskt Neutralt Lager



$$y_{pl}(N) := \begin{cases} \text{"PNL hamnar i livplåten."} & (6) \\ y \leftarrow \frac{b'}{2} + \frac{N}{4 t f_y} \\ \text{"(return y) if } y \geq \frac{b'}{2} \wedge y \leq b_1 \\ \text{"PNL hamnar i ytterkant dragfläns."} \\ y \leftarrow \frac{b_1 h' - b' t + \frac{N}{2 f_y}}{h'} \\ \text{"(return y) if } y \geq b' \wedge y \leq b_3 \\ \text{"PNL hamnar i överlappande hörnen! Vid dragfläns."} \\ y \leftarrow \frac{b_1 h' + b' t + \frac{N}{2 f_y}}{h' + 2 t} \end{cases}$$

Funktion som ger hur stort böjmoment ett genomplasticerat tvärsnitt kan bära om det samtidigt påverkas av en tryckande normalkraft  $N$  och PNL finns vid  $y$ . Vid anrop av (7) fås  $y$  genom anrop av (6)

Resultatet beräknas genom tagande av tvärsnittets momentjämvikt m.a.p. PNL, men jämvikterna måste ställas upp lite olika beroende på i vilken tvärsnittsdel PNL befinner sig för ett givet värde på  $N$



$$M_{pl}(N, y) := \text{"PNL hamnar i livplåten."} \tag{7}$$

$$\text{if } y \geq \frac{b'}{2} \wedge y \leq b_1$$

$$\begin{aligned} M_1 \leftarrow & h' t \left( y + t_3 - \frac{t}{2} \right) + t y^2 + t (b' - y)^2 \dots \\ & + h' t \left( b_3 - y - \frac{t}{2} \right) - \frac{N}{f_y} \left( y - \frac{b}{2} + t_3 \right) \\ \text{return } & M_1 f_y \end{aligned}$$

"PNL hamnar i ytterkant dragfläns."

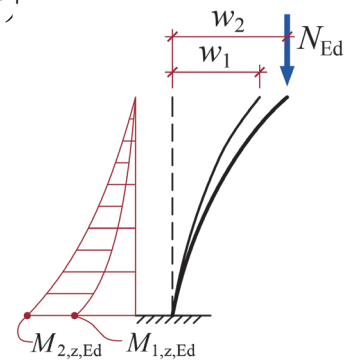
$$\text{if } y \geq b' \wedge y \leq b_3$$

$$\begin{aligned} M_3 \leftarrow & h' t \left( y + t_3 - \frac{t}{2} \right) + 2 t b' \left( y - \frac{b'}{2} \right) \dots \\ & + \frac{h'}{2} (y - b_1)^2 + \frac{h'}{2} [t - (y - b_1)]^2 \dots \\ & + \frac{-N}{f_y} \left( y - \frac{b}{2} + t_3 \right) \\ \text{return } & M_3 f_y \end{aligned}$$

"PNL hamnar i överlappande hörnen! Vid dragflänsen."

$$\begin{aligned} M_2 \leftarrow & h' t \left( y + t_3 - \frac{t}{2} \right) + t y^2 + t (b' - y)^2 \dots \\ & + \frac{h'}{2} (y - b_1)^2 + \frac{h'}{2} [t - (y - b_1)]^2 \dots \\ & + \frac{-N}{f_y} \left( y - \frac{b}{2} + t_3 \right) \end{aligned}$$

$$M_2 f_y$$



Brottkriteriet för knäckningsberäkning baserad på "andra ordningens teori" och full plasticering av brottsnittet vid pelarfoten fås genom att sätta "andra ordningens" moment från (4) lika med plastiska momentbärförmågan beräknad via (6) och (7).

Funktion som löser ut brotlasten  $N$  för en "andra ordningens" beräkning då brottkriteriet är fullständig plasticering av brottsnittet

$$\left. \begin{aligned} & \text{Given} \\ & M_2(L, M_{kvot}, N) = M_{pl}(N, y_{pl}(N)) \\ & N_3(L, M_{kvot}, N) := \text{Find}(N) \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

Anropa funktionerna  $N1$ ,  $N2$  och  $N3$  samt lagra beräknade värden i en nästlad vektor innehållande kvoterna  $N \div N_{c.Rd}$ . Varje element i vektorn  $\mathbf{n}$  innehåller alla resultat för ett enda värde på den relativa slankheten  $\lambda$ . Detta vektorelement är i sin tur en matris där första kolumnen innehåller alla resultat för "första ordningens" beräkning, andra kolumnen "andra ordningens" resultat" baserat på (8.3) kodat i (5) och tredje kolumnen full plastisk bärförmåga enligt (8).

```

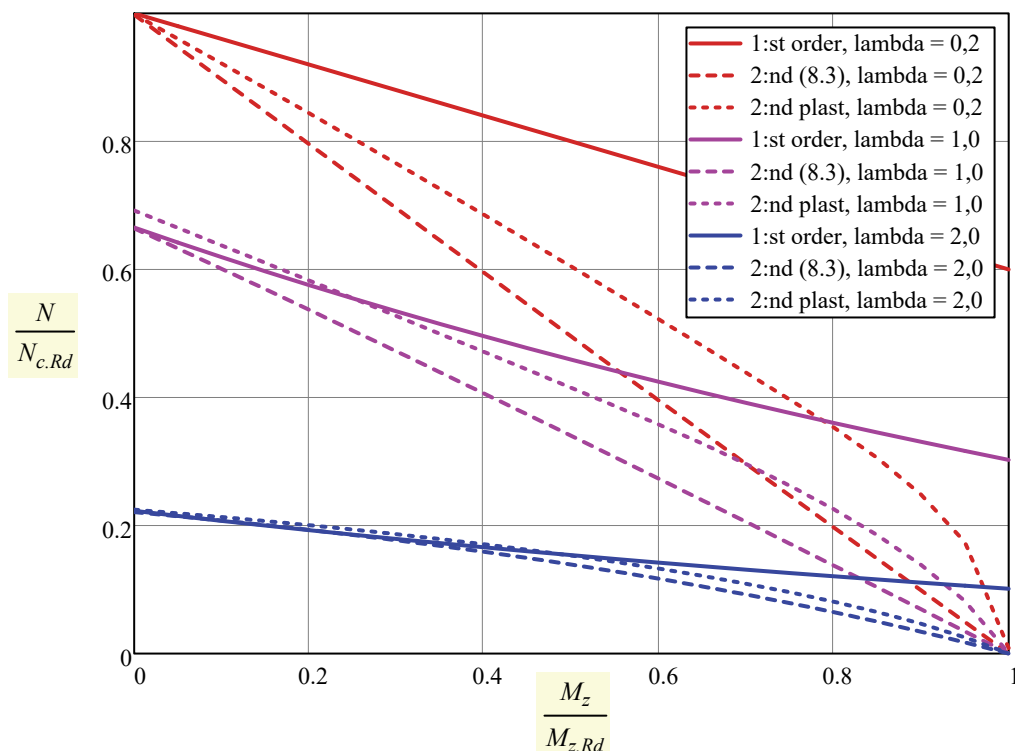
n := for j ∈ 0 .. last(λ)
    λ ← λj
    L ← Lj
    Nguess ← Nc.Rd (1 - 0.4 λ)
    for i ∈ 0 .. last(m)
        Mkvot ← mi
        help ← N1(λ, Mkvot, Nguess)
        Ri,0 ← help ÷ Nc.Rd
        Ri,1 ← N2(L, Mkvot, Nguess) ÷ Nc.Rd
        Ri,2 ← N3(L, Mkvot, 0.8 Nguess) ÷ Nc.Rd
        Nguess ← help
    rj ← R
r

```

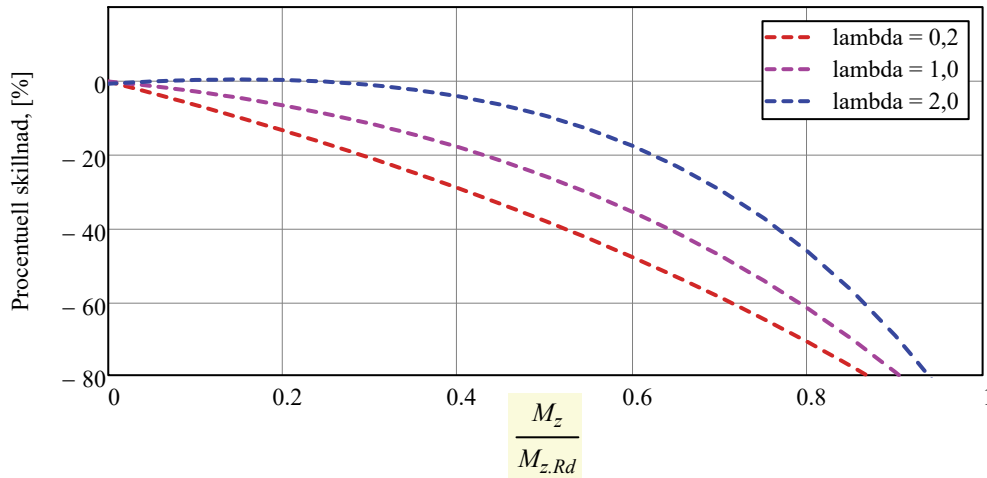
(9)

### Dags att plotta kurvor

Normalkraften  $N$  tillsammans med momentet  $M_z$  ger utnyttjandegraden 1.0 i brottkriterierna (8.89) och (8.3) i enlighet med "första" respektive "andra" ordningens teori.

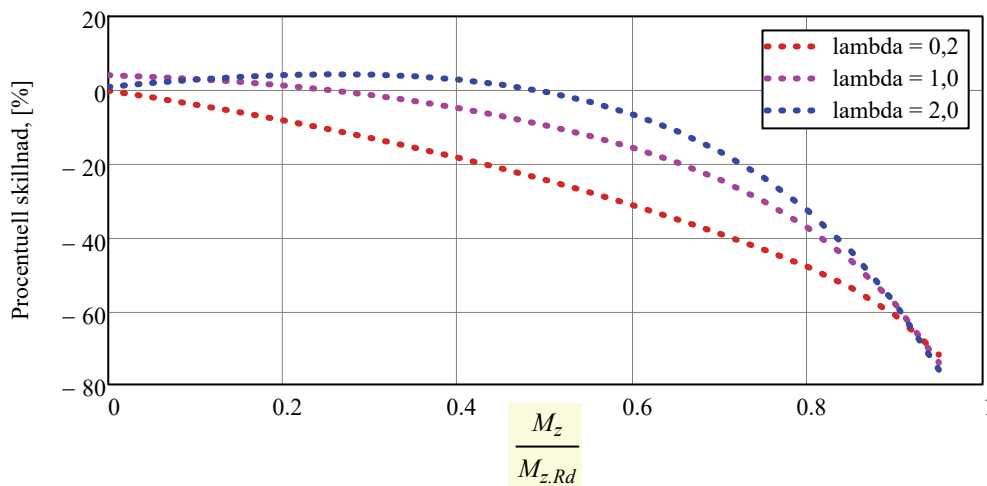


Procentuell skillnad för "andra ordningens" beräkning baserad på (8.3) i relation till "första ordningens" kalkyl baserad på interaktionsformel (8.89).



Det var förväntat att första ordningens interaktionssamband enligt (8.89) skulle ge högre bärförmåga jämfört med båda varianterna av andra ordningens beräkning, men att skillnaden skulle vara så här stor var en överraskning. Speciellt när knäckningsrisk inte föreligger för  $\lambda_z = 0.2$  verkar (8.89) ge lite väl stor bärförmåga för momentkvoter över 40 %. Anledning är att ekvivalenta momentfaktorn  $C_{m,z} = 0.40$  är ett lågt värde och om  $\lambda_z = 0.20$  så blir  $k_{zz} = 0.40$ , vilket ger stort utrymme för stor normalkraft (kanske lite väl stort).

Nedan ges den procentuella skillnaden om i stället andra ordningens beräkning baseras på att brottet sker först efter full plasticiering av tvärsnittet vid pelarens fot. Skillnaden jämfört med (8.89) blir då något mindre, men är fortfarande stor för momentkvoter överstigande 60 %.



Vilken modell stämmer bäst med verkligheten? Sannolikt är "första ordningens" modell kalibrerad så att den ska vara på säkra sidan i vart fall för momentkvoter från 0 upp till 60 %, men kan möjligen vara på osäkra sidan för momentkvoter större än 60 % och relativa slankheter  $\lambda_z < 1.0$ .