

Dimensionering av bjälklag upplagda på kantpelare av stål

Bjälklag upplagda på stålpelare i fasad är en idag vanlig typ av konstruktion. Bjälklaget består då vanligen av platsgjuten betong på plattbärlag. Ett problem med denna konstruktionstyp är att det saknas lämpliga beräkningsmodeller för kontroll av skjuvning och genomstansning vid kantpelarna. Det finns en beräkningsmodell i EN 1992-1-1, Eurokod 2 (fortsättningsvis förkortat EK2), men denna är underförstått anpassad för betongpelare som är momentstyvt förbundna med plattan. Bärförmågan kan då ökas genom inläggning av mer överkantsarmering parallellt med och vinkelrätt mot kanten (om den senare bockas ner i pelaren). Överkantsarmering i två riktningar har då en liknande effekt som överkantsarmering vid innerpelare, genom att möjliggöra fleraxligt tryck samt större tryckzon i plattans underkant, vilket ökar bärförmågan mot genomstansning.

Denna beräkningsmodell används ibland även om kantpelarna är slanka stålpelare, varvid överkantsarmering vinkelrätt mot kanten kan utnyttjas för att öka beräknad bärförmåga. En slank stålpelare, som inte är momentstyvt ansluten till plattan och dessutom inte själv kan ta något större moment, kan emellertid inte balansera några krafter i en överkantsarmering vinkelrätt mot kanten. Denna armering blir då i stort sett verkningslös, och ger inget bidrag till bärförmågan. Armering vinkelrätt mot kanten skulle i detta fall göra mer nytta i underkanten.

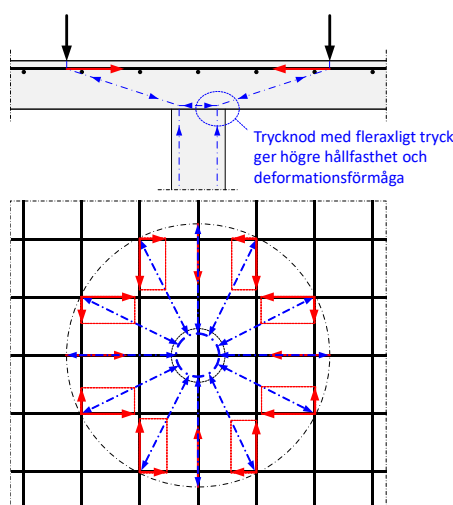
Artikeln baseras på en rapport till Abetong (Göran Östergaard), som inledningsvis finansierat en del av arbetet. Ämnet har sedan vidareutvecklats vid föredrag i Eurokodutbildningars seminarium 14 mars 2018. Det har tidigare studerats vid två examensarbeten handledade av Mikael Hallgren, Tyréns och KTH: Magnus Jensen (KTH/Tyréns 2009) och Sofia Ericsson & Kimya Farahaninia (Chalmers/Tyréns 2010). Se även artikel i detta nummer av Mikael Hallgren, som ger en fördjupad behandling av ämnet mot bakgrund av försök och icke linjär FE-analys. Där ges även fullständiga referenser.



Bo Westerberg
tekn dr
Bo Westerberg Konsult AB samt
Eurokodutbildningar HB

Genomstansning vid innerpelare och kantpelare av betong

Figur 1 illustrerar schematiskt kraftspelet vid en innerpelare med överkantsarmering i plattan. Lutande blå tryckkrafter bildar ett koniskt skal, som går från plattans överkant på visst avstånd från pelaren ner till tryckzonen runt pelaren. I tryckzonen råder fleraxligt tryck, vilket ökar betongens hållfasthet och deformationsförmåga. Detta är avgörande för bärförmågan, såvida inte flytning i överkantsarmeringen (böjbrott) inträffar före genomstansningsbrott.



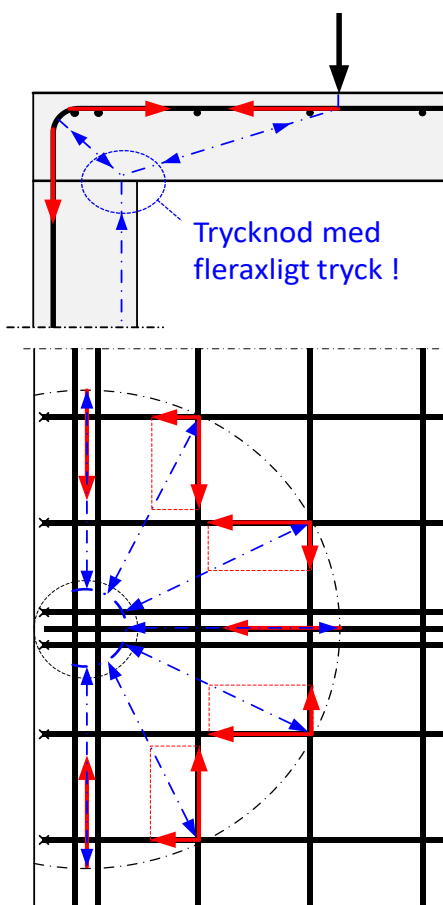
Rött = dragkraft i armering
Blått = tryckkraft i betong

Figur 1: Kraftspel vid innerpelare med överkantsarmering i plattan.

Rött = dragkraft i armering,
blått = tryckkraft i betong.

Ju mer överkantsarmering, desto större tryckzon och desto högre bärförmåga vid genomstansning. Detta är en förklaring till att ökad armeringsmängd ger ökad bärförmåga; det finns även andra, som friktion i sprickyor, dymlingsverkan i böjarmering med mera. Det som framförallt ger högre teoretisk skjuvspänning vid genomstansningsbrott jämfört med "vanlig" skjuvning (skjuvning i balkar eller i plattor på kontinuerliga stöd), är dock det fleraxliga trycket nere vid pelaren.

Figur 2 visar motsvarande vid en kantpelare med överkantsarmering vinkelrätt mot kanten. Om denna armering bockas ner i pelaren ges möjlighet till ett verkningsätt som liknar det för innerpelare, med bland annat fleraxligt tryckspänningstillstånd vid pelaren. Här har överkantsarmering i två riktningar



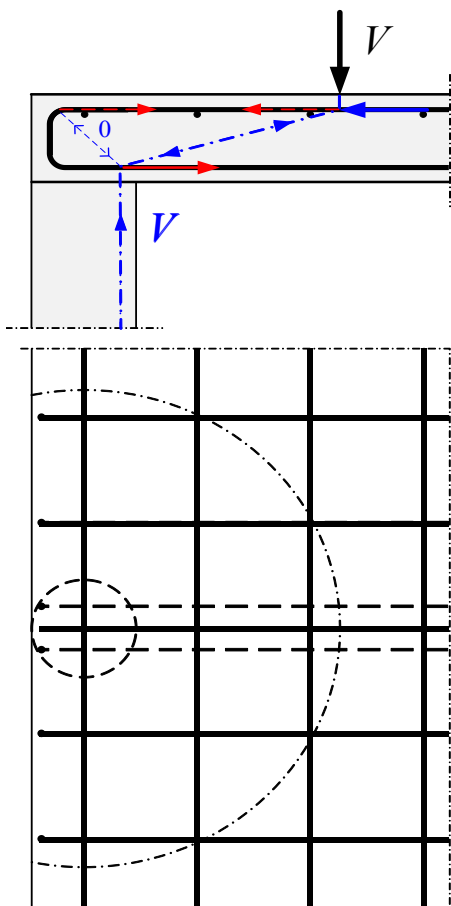
Figur 2: Kraftspel vid innerpelare med överkantsarmering i plattan. Figuren visar inte alla dragkrafter i armering.

samma inverkan på bärförmågan som vid innerpelare, vilket också kommer till uttryck i EK2's uttryck för bärförmåga, ekv (6.47), som gäller för både innerpelare och kantpelare. Skillnaden till kantpelarens nackdel är då framförallt att det så kallade kontrollsnittet blir kortare, samt att lasten alltid blir excentrisk vinkelrätt mot kanten. Att plattan har momentstyv förbindning med pelaren är en (underförstådd) förutsättning för EK2's beräkningsmodell för kantpelare. Modellen innefattar i övrigt även definition av kontrollsnitt, excentricitetsfaktor med mera.

Om överkantsarmeringen vinkelrätt mot kanten inte skulle vara förankrad ner i pelaren, såsom i figur 3, kan den inte ta någon kraft. Armeringen skulle i detta fall göra mer nytta i underkanten. Ett skjubbrott vinkelrätt mot kanten skulle då få karaktären av böjskubbrott, med sprickor utgående från underkanten. Detta ger inte förutsättningar för användning av någon beräkningsmodell för genomstansning.

Kantpelare av stål

Figur 4 visar ett bjälklag upplagt på kantpelare av stål. Ett enkelt exempel kan ge en uppfattning om vilken kraft som kan överföras till överkantsarmeringen i plattan:



Figur 3: Kantpelare med armering i plattan som inte ger momentstyv förbindning med pelaren.

Antag

$$N = 200 \text{ kN}, e = 110 \text{ mm}, z = 220 \text{ mm}$$

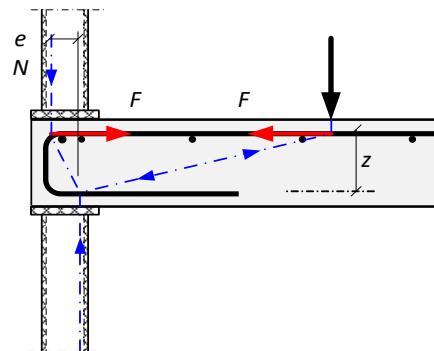
Dragkraften i armeringen kan då bli som mest $F = \frac{N \cdot e}{z} = \frac{200 \cdot 110}{220} = 100 \text{ kN}$

Detta skulle motsvara kraften i till exempel 2 Ø 12. Mer överkantsarmering än så kan alltså inte tillgodoräknas för genomstansning i detta exempel.

Stålpelarna är dock vanligen förhållandevis klena, och dessutom sällan momentstyvt anslutna till plattan. Det moment som kan tas upp i pelarna blir dessutom ofta betydligt mindre än i exemplet, beroende på normalkraft, 2:a ordningens effekter med mera. Överkantsarmeringens bidrag till bärförmågan blir då försumbart.

Beräkningsmodeller som inte bygger på genomstansning

Bjälklag upplagda på kantpelare av stål är mycket vanliga idag, och det är viktigt att dimensioneringen sker enligt sunda principer. Vill man öka bärförmågan med armering vinkelrätt mot kanten bör den läggas i *underkanten*, med fullgod förankring. Underkantsarmering vinkelrätt mot kanten ger möjlighet att ta tvärkraft i denna riktning (även om det inte ger samma effekt som en fullt



Figur 4: Bjälklag upplagt på kantpelare av stål.

verksam armering i överkanten enligt modell för genomstansning). Figur 5 visar en alternativ modell.

Plattan förses med en *koncentrerad överkantsarmering längs kanten över pelare* (och naturligtvis underkantsarmering i fält mellan pelare, ej visat i figuren). Vidare inläggs en *koncentrerad underkantsarmering vinkelrätt mot kanten vid pelaren* (vid plattbärlag får underkantsarmering i platsbetongen mindre effektiv höjd än överkantsarmeringen, där man vanligen kan utnyttja hela tvärsnittshöjden; detta framgår inte i figur 5).

På så sätt skapas "balkar" som kan antas bilda kontinuerliga stöd för plattan. Genomstansning blir inte aktuell, istället förs lasten från plattan till pelarna genom tvärkrafter i balkarna. Vid behov kan tvärkraftsarmering läggas in, även om detta helst undviks.

Exempel

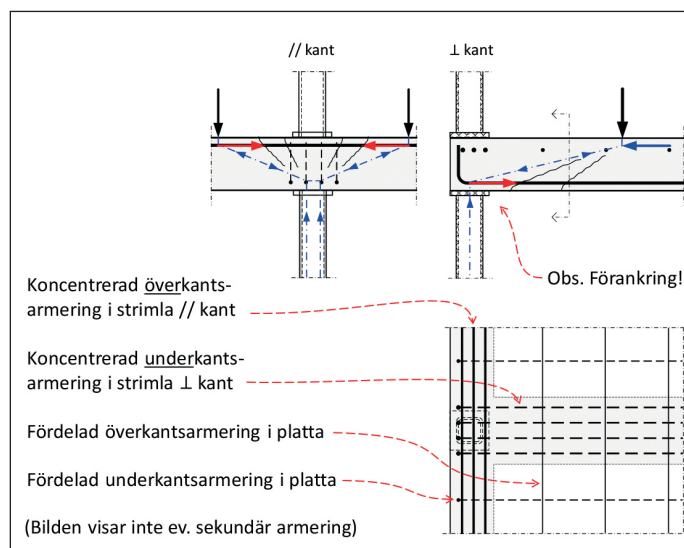
Förutsättningar

Figur 6 (nästa sida) visar ett exempel, baserat på ett verkligt fall men något förenklat för att minska beräkningarnas omfattning. Bland annat förutsätts symmetri längs linjerna AH och FH, vilket ger enkla randvillkor.

En balkong är inspänd längs linje AD. Här har inspänningsklackarna flyttats något, så att de hamnar mitt emot pelarna (pelarnas lägen antogs låsta av andra hänsyn, annars hade man kunnat flytta pelarna). Härigenom undviks stora lokala vridmoment i plattan, men det ger även andra fördelar som vi ska se.

Beräkningsmodell

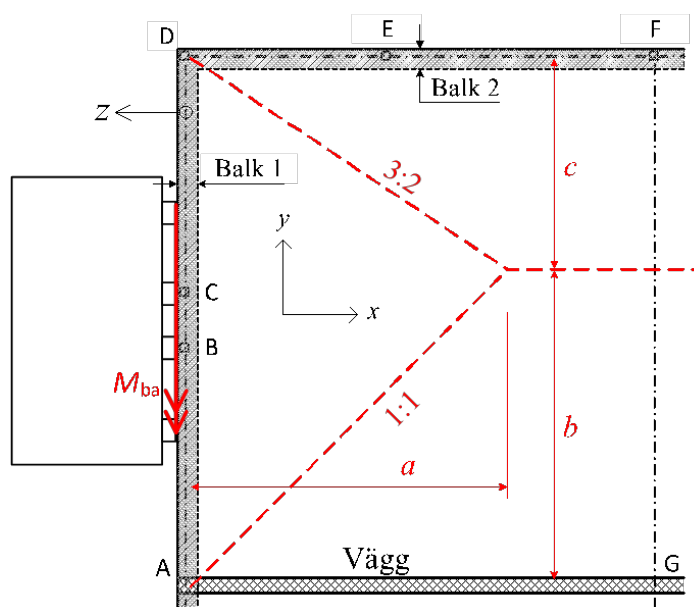
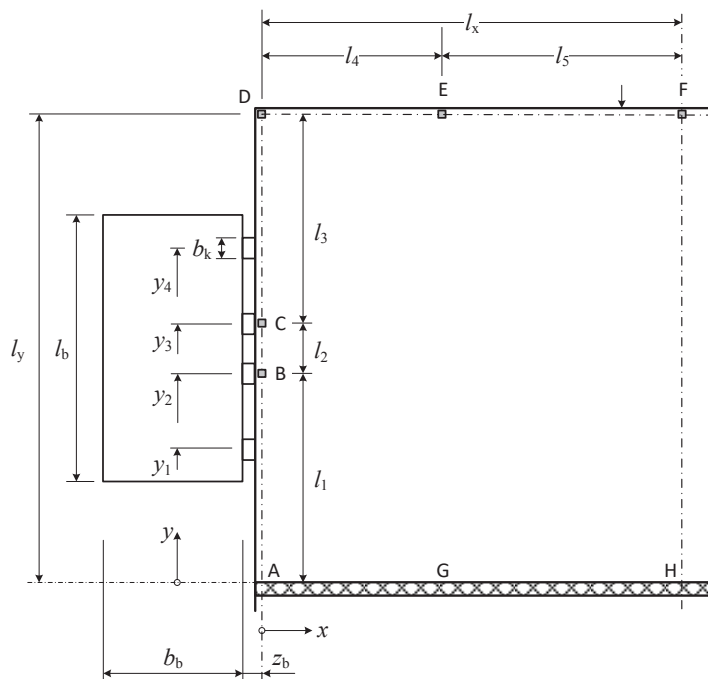
Figur 7 (nästa sida) visar en tänkbar beräkningsmodell, med koncentrerade armeringsband längs kanterna som antas fungera som balkar och kontinuerliga stöd för plattan. Röda streckade linjer



Figur 5: Alternativ beräkningsmodell och motsvarande armering.

$l_1=3,1\text{ m}$
 $l_2=0,8\text{ m}$
 $l_3=3,1\text{ m}$
 $l_4=2,7\text{ m}$
 $l_5=3,6\text{ m}$
 $l_y=7,0\text{ m}$
 $l_x=6,3\text{ m}$
 $h=250\text{ mm}$ varav
 50 mm plattbärlag

$l_b=4,0\text{ m}$
 $b_b=2,0\text{ m}$
 $z_b=0,3\text{ m}$
 $h_i=180\text{ mm}$
 (innerkant)
 $h_y=160\text{ mm}$
 (ytterkant)
 $b_k=300\text{ mm}$
 $y_1=2,0\text{ m}$
 $y_2=3,1\text{ m}$
 $y_3=3,9\text{ m}$
 $y_4=5,0\text{ m}$



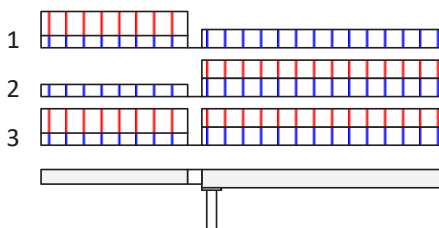
Figur 7: Beräkningsmodell med "balkar" längs kanterna. Balkongen ger inspänningsmoment M_{ba} längs AD.

Anm. Plattan skulle även kunna analyseras elastiskt med FEM, men då måste man i modellen lägga in fiktiva balkar med lämplig styvhet på de ställen där man tänkt sig koncentrerade armeringsband, i annat fall blir analysen missvisande.

En beräkningsmodell kan även ha "inre balkar" mellan pelare, till exempel mellan E och vägg och/eller mellan F och G. Man kan dock undvika balkar som ger mellanliggande plattfält med "onödigt" små spännvidder.

Olika lastfall beaktas, då nyttig last kan verka på antingen balkong eller bjälklag, eller båda samtidigt, se *figur 8*:

1. avgörande för längden på balkongens
inspänningsarmering,
2. avgörande för moment i plattan i
övrigt samt för kantbalk i x-led (DEF),
3. avgörande för kantbalk i y-led
(ABCD).



Blå = egentygnd
Rött = nyttig last

Figur 8: Olika lastfall.

$G_b = 34 \text{ kN}$ balkongplattans egentyngd
 $z = 1,28 \text{ m}$ tyngdpunkt för d:o
 $Q_b^G = 28 \text{ kN}$ karakteristisk nyttig last på balkong (3,5 kPa)
 $z_q = 1,30 \text{ m}$ tyngdpunkt för d:o
 $q_k = 2,0 \text{ kPa}$ nyttig last på bjällklag

Största inspänningsmoment från balkong, inklusive partialkoefficienter:

$$M_{ba} = 1,2G_b z_g + 1,5Q_b z_q = 98,1 \text{ kNm}$$

Måttet a bör vara tillräckligt för att balansera största last på balkongen, med minsta last på bjälklaget:

$$g_{bj} = 25 \cdot 0,25 = 6,25 \text{ kPa}$$

minsta last påbjälklaget (egentyngd med partialkoefficient 1,0):

$$M_{bj} = g_{bj} \cdot l_y \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{3} \begin{array}{l} \text{moment kring} \\ \text{AD av last inom} \\ \text{aktuellt plattfält} \end{array}$$

$$M_{bj} \geq M_{ba} \rightarrow a_{\min} \geq \sqrt{\frac{M_{ba}}{g_{bj} \cdot l_y}} = 3,45 \text{ m}$$

Tvärkraftsnollpunktens läge i y-led vid ensidig inspänning:

$$b \approx 0,6l_v = 4,2 \text{ m}, \quad c \approx 0,4l_v = 2,8 \text{ m}$$

Som "tumregel" brukar man i strimle-
metoden anta att lastdelare lutar cirka 1:1
från hörn med lika randvillkor, och cirka
3:2 från hörn med en inspänd och en
fritt upplagd kant, se *figur 7* (i detta fall
betraktas linje AD som en inspänd kant,
på grund av inspänningsmoment från
balkongen). Detta ger

$$a = \max\left\{a_{\min}; \frac{1}{1}b; \frac{3}{2}c\right\} = 4,2 \text{ m}$$

Måttet a enligt tumregeln räcker således för att balansera balkongen.

Dimensionerande last på balkong respektive bjälklag:

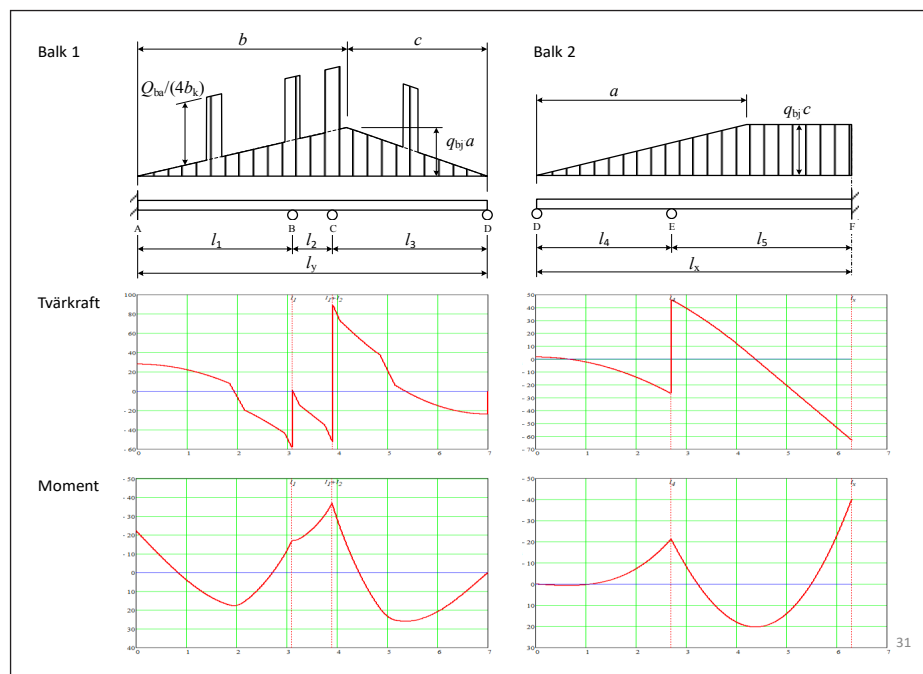
$$Q_{ba} = 1,2G_b + 1,5Q_b = 82,8 \text{ kN}$$

$$q_{bj} = 1,35g_{bj} + 1,5 \cdot 0,7q_k = 11,7 \text{ kPa}$$

Snittkrafter i kantbalkar

Figur 9 visar lastfördelning samt tvärkraft och moment i kantbalkarna AD och DF. Tvärkraftskurvans ”konstiga” utseende för balk 1 beror på att lasterna från balkongen verkar inom inspänningsklackarna, som är bredare än upplagen (pelarnas topp-låtar).

Snittkrafter har bestämts enligt elasticitetsteori. Detta är ofta enklast, eftersom man då kan använda kommersiella datorprogram ((här har dock programmerats i Mathcad)). Man kunde även



Figur 9: Snittkrafter i "kantbalkar".

använda plasticitetsteori, men då måste först väljas relativa momentkapaciteter, varför elasticitetsteori återigen är enklare. Att blanda elasticitetsteori för balkar med plasticitetsteori för platta är inte fel: vid brott anpassar sig konstruktionen till inlagd armering, oavsett hur denna beräknats – inom rimliga gränser.

Nästa steg är att bestämma armering i balkarna och kontrollera tvärkraftskapacitet. Resultat redovisas i tabell 1 och 2. Effektiv höjd i y-led är 224 mm för överkantsarmering och 174 mm för underkantsarmering ovanpå plattbärlaget; i x-led en stängdiameter mindre. Dimensionerande tvärkraft gäller för ett avstånd lika med effektiva höjden från topplåtens kant; den senare förutsätts ha bredden 140 mm. Värdena är därför lägre än tvärkraftskurvornas toppar i figur 9.

Avgörande för tvärkraftskapaciteten $V_{Rd,c}$ är breddmättet b_w . I detta avseende

finns inga regler för en fiktiv balk i en platta med koncentrerad armering. Här har bredden, troligen på säkra sidan, satts lika med plattjockleken. Man kunde eventuellt ha inkluderat även topplåtens bredd.

Som synes är tvärkraftskapaciteten otillräcklig på vissa ställen.

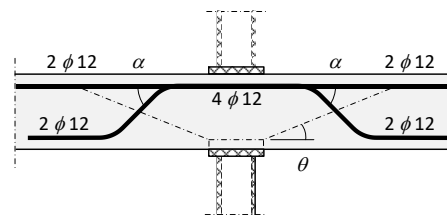
Stöd F

Tvärkraftskapaciteten kan ökas genom ökad böjarmering, men här skulle fordras 11 Ø 12 eller 5 Ø 16. Bättre är då att bocka ner en del av böjarmeringen som tvärkraftsarmering. Här skulle det räcka med 2 Ø 12 i 45°; area 113 mm² och dimensionerande hållfasthet 435 MPa ger.

$$V_{Rd,s} = 2 \cdot 113 \cdot 435 \cdot \sin 45^\circ \cdot 10^{-3} = 69,5 \text{ kN}.$$

Utformningen anpassas så att dels momentkapaciteten blir tillräcklig med hänsyn till momentkurva och drag-

kraftsförskjutning, dels armeringen verkar inom ett "tvärkraftssnitt" med lutning θ , se figur 10. Nedbockade stänger kan även förskjutas i förhållande till varandra.



Figur 10: Nedbockad böjarmering som tvärkraftsarmering.

En annan möjlighet är att utnyttja underkantsarmering vinkelrätt mot kanten, något som ändå alltid bör läggas in vid pelare, se figur 11. Det kommer ju alltid att uppträda en viss koncentrerad tvärkraft i denna riktning, då kantbalken inte är ett oeffergivligt stöd för plattan. Skjuvsprickor utgår här från underkanten, se figur 5.

Pröva 2012 vinkelrätt mot kanten. Tvärkraftskapacitet, med $d_u = 174 \text{ mm}$:

$$V_2 = 26,5 \text{ kN}$$

Villkoret är (på grund av symmetri vid F är tvärkraften lika på båda sidor)

$$2V_1 + V_2 \geq 2V_{Ed}$$

Med $V_1 = 38,6 \text{ kN}$ och $V_{Ed} = 53,3 \text{ kN}$ uppfylls villkoret nätt och jämnt. I detta fall är utnyttjad underkantsarmering vinkelrätt mot kanten ett bra alternativ till nedbockad överkantsarmering (kan även vara ett komplement). Observera att underkantsarmeringen bör bockas upp för förankring, figur 11.

Balk 1, stöd C mot D

Dimensionerande tvärkraft är 66,6 kN och tvärkraftskapaciteten 37,8 kN. Man skulle kunna bocka ner böjarmering, men här finns även andra möjligheter, tack vare verksam överkantsarmering för balkongens inspanning, figur 12.

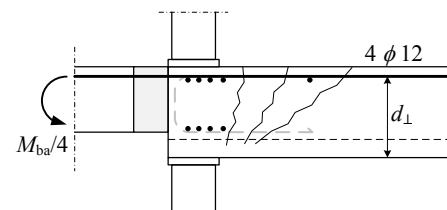
Armeringen vid en pelare tar $\frac{1}{4}$ av balkongens inspanningsmoment, vilket

Balk	Läge	Böjmoment M_{Ed} kNm	Vald armering
1	Överkant, stöd C	36,9	4 Ø 12
	Underkant, fält CD	26,0	4 Ø 12
2	Överkant, stöd E	21,4	2 Ø 12
	Underkant, fält EF	20,3	2 Ø 12
	Överkant, stöd F	40,3	4 Ø 12

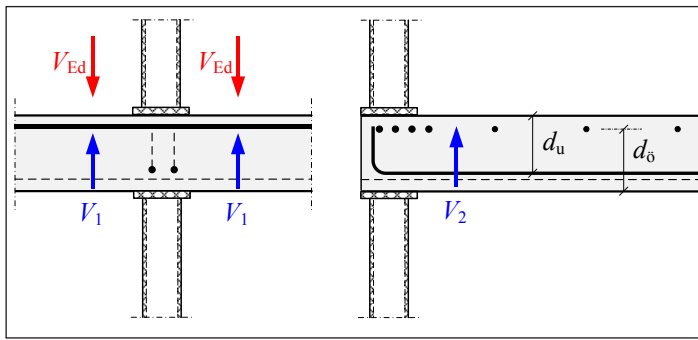
Tabell 1: Böjmoment och böjarmering i "kantbalkar" (absolutbelopp).

Balk	Stöd	Dimensionerande tvärkraft V_{Ed} kN	Tvärkraftskapacitet $V_{Rd,c}$ kN
1	A	27,5	32,0
	B → A	39,1	37,8
	C → D	66,6	37,8
	D	23,0	32,0
2	D	1,3	30,7
	E → D	21,0	38,6
	E → F	39,6	38,6
	F	53,3	38,6

Tabell 2: Tvärkraft och tvärkraftskapacitet i "kantbalkar" (absolutbelopp).



Figur 12: Överkantsarmering vinkelrätt mot kant för att spänna in balkong.

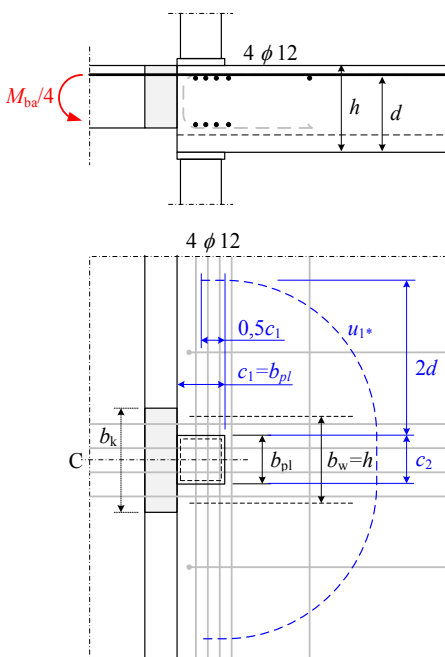


Figur 11: Underkantsarmering vinkelrätt mot kant.

fordrar 4 $\phi 12$. Armeringen som går in i plattan ger samma tvärkraftskapacitet vinkelrätt mot kanten som 4 $\phi 12$ längs kanten i balk 2, 38,6 kN (för balk 1:37,8 kN eftersom armering i y-led ligger lägre). Om halva denna bärförmåga går till vardera sidan av stöd B respektive C blir total bärförmåga

$$37,8 + 38,6/2 = 57,1 \text{ kN}$$

Detta räcker vid stöd B men inte vid C, tabell 2. Där fordras fortfarande ett tillskott, till exempel genom nedbockad böjarmering 2. Här finns dock ytterligare en möjlighet, nämligen att utnyttja beräkningsmodell för genomstansning vid kantpelare. Detta strider inte mot vad som sagts inledningsvis, eftersom överkantsarmeringen i detta fall balanserar en kraft på grund av balkongens inspanning. Figur 13 visar parametrar i EK2's beräkningsmodell (se avsnitt 6.4.3 (4)):



Figur 13: Modell för genomstansning vid kantpelare.

Beräkning enligt EK2 avsnitt 6.4.3 (4):

$$c_1 = c_2 = b_{pl} = 140 \text{ mm}$$

$$d = h - t - \phi = 218 \text{ mm (medel x och y)}$$

$$u_1 = \pi \cdot 2d + 2 \cdot 0,5c_1 + c_2 = 1,65 \text{ m}$$

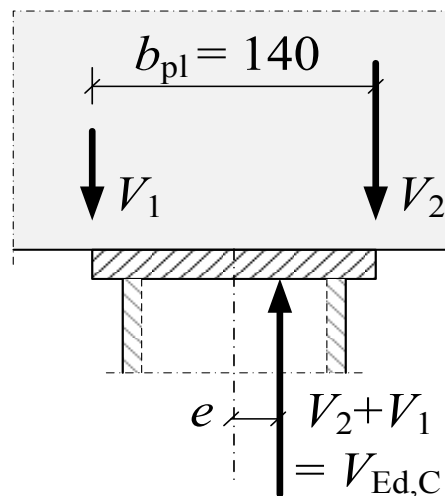
$$u_{1*} = u_1 - 2 \cdot 0,5c_1 = 1,51 \text{ m (reducerat kontrollsnitt)}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} = \sqrt{\frac{A_{sy,4\phi 12}}{d \cdot (c_1 + 2d)} \cdot \frac{A_{sx,4\phi 12}}{d \cdot (c_2 + 4d)}} = 0,00272$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200 \text{ mm}}{d}} = 1,96$$

$$V_{Rd,c} = 0,12 \cdot k \cdot (100\rho \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot d \cdot u_{1*} = 159 \text{ kN}$$

Angripande kraft = summa tvärkraft i balk 1 vid topplåtens respektive kant, se figur 14 (dessa tvärkrafter är något högre än de som redovisas i tabell 2):



Figur 14: Angripande och mothållande krafter.

$$V_{Ed,C} = V_1 + V_2 = 44,4 + 82,2 = 127 \text{ kN}$$

Här förefaller bärförmågan vara tillräcklig, jfr $V_{Rd,c} = 159 \text{ kN}$ men man bör även beakta att lasten är excentrisk längs kanten på grund av olika värden på V_1 och V_2 .

En enkel kontroll är om den större tvärkraften V_2 kan tas på halva kontrollsnittet:

$$V_{Rd,c}/2 = 159/2 = 79,5 \text{ kN} < V_2$$

Det räcker nästan, men inte riktigt. Man kan då räkna med excentricitetsfaktor enligt 6.4.3 (4):

$$W_1 = \frac{c_2^2}{4} + c_1 c_2 + 4c_1 d$$

$$+ 8d^2 + \pi d c_2 = 0,623 \text{ m}^2$$

$$e = \frac{(V_2 - V_1) \cdot b_{pl}/2}{V_2 + V_1} =$$

$$\frac{(82,2 - 44,4) \cdot 140/2}{127} = 21 \text{ mm}$$

$$\beta = \frac{u_1}{u_{1*}} + k \frac{u_1}{W_1} \cdot e = \frac{1,65}{1,51} + 0,45$$

$$\frac{1,65}{0,623} \cdot 0,021 = 1,12$$

$$\beta \cdot V_{Ed,C} = 1,12 \cdot 127 = 142 \text{ kN},$$

$$\text{jfr } V_{Rd,c} = 159 \text{ kN}, \quad \text{OK}$$

(Egentligen skulle man nu dessutom kunna beräkna $V_{Rd,c}$ för reducerat kontrollsnitt u_1 , eftersom excentricitet är beaktad explicit. Bärförmågan blir då 9 % högre, jämför u_1 och u_{1*} ovan.)

Genomstansningsmodellen är således gynnsammare än modeller med kontroll av tvärkrafter i respektive riktning; nu behövs varken tvärkraftsarmering eller ökad mängd böjarmering.

Observera då att förutsättningen för genomstansningsmodellen är att det finns ett negativt moment, som möjliggör kraft i överkantsarmering vinkelrätt mot kanten! ■

Bygg & teknik direkt på nätet

1 år efter utgivning finns äldre nummer av Bygg & teknik tillgängliga gratis för läsning på vår hemsida:

byggteknikforlaget.se